



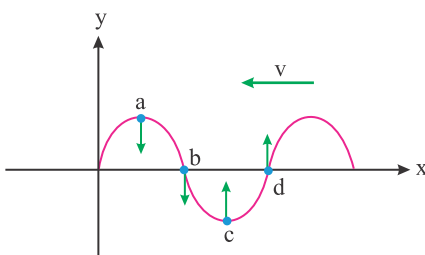
گزینه ۳

۱

$$a = -\omega^2 x \xrightarrow[a < 0]{|a|: \max} x \max, x > 0 \Rightarrow a$$

در شکل زیر جهت سرعت هر کدام از ذرات مشخص شده است.

برای دستیابی به بیشینه سرعت، باید در مرکز نوسان باشیم (یا ذره b، یا ذره d) باتوجه به سرعت مثبت d، این ذره مدنظر است.



گزینه ۳

۲

خلاف جهت محور $\vec{z}$ را درون سو در نظر می گیریم. طبق قاعده دست راست برای امواج الکترومغناطیسی، اگر انگشت شست را در جهت انتشار موج ($\vec{v}$) و کف دست را در جهت میدان مغناطیسی قرار دهیم، آنگاه نوک چهار انگشت جهت میدان الکتریکی را نشان می دهد. بنابراین جهت میدان مغناطیسی به صورت شکل زیر تعیین می شود:



بنابراین $\vec{B}$ در ناحیه سوم مختصات قرار می گیرد (گزینه های "۱" و "۲" نادرست اند).

چون بردار $\vec{B}$ باید بر بردار $\vec{E}$ عمود باشد، پس باید $\frac{B_y}{B_x} = -\frac{E_x}{E_y}$ باشد که در گزینه "۳" این ویژگی وجود دارد.

ابتدا حساب می‌کنیم که موج پس از چند ثانیه به $x = ۳ \text{ km}$ می‌رسد.

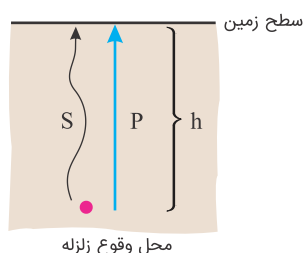
$$\Delta x = v \cdot \Delta t \Rightarrow ۳۰۰۰ = ۳ \times ۱۰^8 \times \Delta t_1 \Rightarrow \Delta t_1 = ۱۰^{-۵} \text{ s} = ۱۰ \mu\text{s}$$

هنگامی که موج به $x = ۳ \text{ km}$ می‌رسد، دامنه میدان الکتریکی و مغناطیسی آن صفر است. پس از $\frac{T}{۴}$ دامنه میدان‌ها بیشینه می‌شود. پس:

$$\Delta t_2 = \frac{T}{۴} = \frac{\lambda}{۴v} = \frac{۳۰۰}{۴ \times ۳ \times ۱۰^8} = ۲/۵ \times ۱۰^{-۷} = ۰/۲۵ \mu\text{s}$$

بنابراین پس از $t = \Delta t_1 + \Delta t_2 = ۱۰/۲۵ \mu\text{s}$ ، موج به $x = ۳ \text{ km}$ می‌رسد و دامنه میدان مغناطیسی بیشینه می‌شود.

اگر زمین‌لرزه دقیقاً در زیر لرزه‌نگار رخ داده باشد، اختلاف زمان ثبت شده توسط موج‌ها در راستای قائم است و بیشترین عمق زمین‌لرزه به دست می‌آید. تندی موج P بیشتر از موج S است و زودتر به سطح زمین می‌رسد.



$$\begin{cases} h = v_P \times t_P \\ h = v_S \times t_S \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} h = \lambda \times t_P \\ h = ۴ \times (t_P + ۴) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t_P = ۴ \text{ s} \\ h = ۳۲ \text{ km} \end{cases}$$

فاصله حشره و عقرب را d در نظر می‌گیریم. بنابراین داریم:

$$v = \frac{d}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{d}{v} \Rightarrow \begin{cases} \text{موج عرضی: } \Delta t_1 = \frac{d}{۵۰} \\ \text{موج طولی: } \Delta t_2 = \frac{d}{۱۵۰} \end{cases}$$

$$\Delta t_1 - \Delta t_2 = ۶ \times ۱۰^{-۳} \Rightarrow \frac{d}{۵۰} - \frac{d}{۱۵۰} = ۶ \times ۱۰^{-۳} \Rightarrow \frac{۲d}{۱۵۰} = ۶ \times ۱۰^{-۳} \Rightarrow d = ۰/۴۵ \text{ m} = ۴۵ \text{ cm}$$

ابتدا با استفاده از رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ ، نسبت تندی انتشار موج در دو طناب را به دست می‌آوریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1} \times \frac{\mu_1}{\mu_2}} = \sqrt{\frac{1}{4} \times 2} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

با توجه به نقش موج‌ها، $\frac{3}{4}\lambda_1 = \frac{\lambda_2}{2}$ است. طبق رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ نسبت بسامد دو موج برابر است با:

$$\frac{3}{4}\lambda_1 = \frac{\lambda_2}{2} \Rightarrow \frac{3}{4} \frac{v_1}{f_1} = \frac{v_2}{2f_2} \xrightarrow{\frac{v_2}{v_1} = \frac{\sqrt{2}}{2}} 3f_2 = \sqrt{2}f_1 \Rightarrow \frac{f_2}{f_1} = \frac{\sqrt{2}}{3}$$

توان متوسط انتقال انرژی در طناب‌ها با مربع دامنه و مربع بسامد رابطه مستقیم دارد. بنابراین نسبت توان متوسط انتقال انرژی در طناب (۱) به طناب (۲) برابر است با:

$$\frac{P_1}{P_2} = \left(\frac{A_1}{A_2}\right)^2 \left(\frac{f_1}{f_2}\right)^2 = \left(\frac{2}{1}\right)^2 \times \left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)^2 = 18$$

هر ۴ مورد ذکر شده درست‌اند. سه مورد اول از جملات کتاب درسی گرفته شده است. دربارهٔ مورد (ت)، می‌دانیم که تندی نور در خلأ از رابطه $c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}}$ به دست می‌آید. بنابراین یکای $\mu_0 \epsilon_0$ برابر است با:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0 \epsilon_0}} \Rightarrow \frac{m}{s} = \frac{1}{\sqrt{[\mu_0 \epsilon_0]}} \Rightarrow [\mu_0 \epsilon_0] = \frac{s^2}{m^2}$$

برای این که دو نقطه A و B همزمان باهم به $y = +A$ برسند، فاصله بین آن دو نقطه باید مضرب درستی از λ باشد. در نقش موج داده شده فاصله دو نقطه $\Delta x_1 = \frac{\lambda_1}{2}$ است. با تغییر نیروی کشش تار، تندی انتشار موج و در نتیجه طول موج، تغییر می کند اما فاصله بین دو نقطه A و B همچنان همان Δx_1 است. حداقل تغییر نیروی کشش تار و در نتیجه تندی انتشار موج، هنگامی است که فاصله بین دو نقطه A و B توسط یک طول موج جدید پُر شود. بنابراین:

$$\Delta x_1 = \Delta x_2 \Rightarrow \frac{\lambda_1}{2} = \lambda_2 \Rightarrow \frac{v_1}{2f_1} = \frac{v_2}{f_2} \xrightarrow{f_1=f_2} \frac{v_1}{2} = v_2$$

تندی انتشار موج عرضی در تار از رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ به دست می آید. پس:

$$\frac{\sqrt{\frac{F_1}{\mu}}}{2} = \sqrt{\frac{F_2}{\mu}} \Rightarrow \sqrt{F_1} = 2\sqrt{F_2} \Rightarrow F_1 = 4F_2 \Rightarrow \frac{F_2}{F_1} = \frac{1}{4}$$

درصد تغییرات نیروی کشش تار برابر است با:

$$\frac{\Delta F}{F_1} \times 100 = \frac{\frac{1}{4}F_1 - F_1}{F_1} \times 100 = -75\%$$

بنابراین نیروی کشش تار را باید ۷۵ درصد کاهش دهیم.

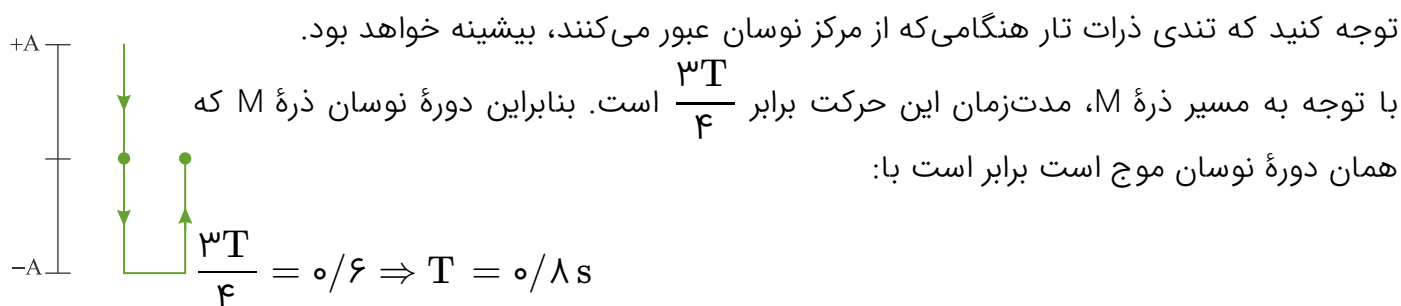
ذره M در حال نوسان در راستای قائم است. دامنه نوسان ۸ cm است. مسافتی که ذره M در این بازه زمانی طی کرده است $\frac{40}{8} = 5$ برابر دامنه است. بنابراین مسیر حرکت ذره M در این مدت به صورت شکل زیر است. با توجه به مسیر نوسان، مدت حرکت ذره M در این مدت به صورت شکل زیر است. با توجه به مسیر نوسان، مدت حرکت ذره M بر حسب دوره برابر است با:

$$\ell_M = 5A, \Delta t = 5\frac{T}{4} = 0.1 \Rightarrow T = 0.08 \text{ s}$$

با توجه به نقش موج، $\lambda = 2 \times 0.1 = 0.2 \text{ m}$ است. با استفاده از رابطه $\lambda = v.T$ ، تندی انتشار موج برابر است با:

$$\lambda = v.T \Rightarrow 0.2 = v \times 0.08 \Rightarrow v = 2.5 \text{ m/s}$$

با توجه به نقش موج، $\frac{3}{4}\lambda = 0.6 \text{ m}$ است. بنابراین $\lambda = 0.8 \text{ m}$ است. مسیر حرکت M برای این که دومین بار تندی آن بیشینه شود، به صورت شکل زیر است:



تندی انتشار موج برابر است با:

$$\lambda = v.T \Rightarrow 0.8 = v \times 0.8 \Rightarrow v = 1 \text{ m/s}$$

پیشروی موج در مدت ۴ ثانیه را با استفاده از $\Delta x = v.\Delta t$ به دست می آوریم:

$$\Delta x = v.\Delta t = 1 \times 4 = 4 \text{ m}$$

باتوجه به آنکه صوت در میله و هوا منتشر می شود می توان نوشت:

$$\left. \begin{array}{l} \ell = v_1 t_1 \\ \ell = v_2 t_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta t = t_2 - t_1 = \ell \left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right)$$

$$\Delta t' = \frac{\ell}{v} \left(\frac{1}{v_2} - \frac{1}{v_1} \right) = \frac{1}{v} \Delta t = \frac{0.16}{2} = 0.08 \text{ s}$$

گوش انسان دو صدای مشابه را وقتی از یکدیگر تشخیص می دهد که اختلاف زمانی دریافت آن ها بیشتر از ۰/۱ ثانیه باشد.

طبق طیف امواج الکترومغناطیسی گزینه "۴" درست است.

با توجه به طول نقطه M که برابر $\frac{\lambda}{2}$ است، طول موج و با توجه به مدت ۰/۰۳ ثانیه و حرکت نوسانی نقطه M، دوره نوسان را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\lambda}{2} = x_M \Rightarrow \lambda = 0.08 \text{ m}$$

ذره M در لحظه نشان داده شده در حال پایین رفتن است و در مدت ۰/۰۳ ثانیه قرار است به A+ برسد. پس:

$$\Delta t = \frac{3T}{4} \Rightarrow 0.03 = \frac{3T}{4} \Rightarrow T = 0.04 \text{ s}$$

با استفاده از رابطه $\lambda = v.T$ ، تندی انتشار موج را به دست می‌آوریم و با استفاده از رابطه $\Delta x = v.\Delta t$ مسافتی که موج در مدت ۴ ثانیه طی کرده است را به دست می‌آوریم:

$$\lambda = v.T \Rightarrow 0.08 = v \times 0.04 \Rightarrow v = 20 \text{ m/s}$$

$$\Delta x = v.\Delta t = 20 \times 4 = 80 \text{ m}$$

در حالت عادی مثل نقطه ۱ فشار هوا برابر با فشار طبیعی آن (فشار جو) است ولی در حین تراکم مثلاً در نقطه ۲ فشار هوا بیشتر از فشار جو و در انبساط مثل نقطه ۳ کمتر از فشار جو است.

نسبت مسافت طی شده توسط ذره M به دامنه نوسان را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\ell}{A} = \frac{12}{2} = 6 \Rightarrow \ell = 6A$$

بنابراین ذره M در مدت 0.06 s ، ۶ برابر دامنه نوسان، مسافت طی کرده است. از آنجا که نوسانگر در مدت $\frac{T}{2}$ مسافت $2A$ را طی می‌کند، پس دوره نوسان برابر است با:

$$\ell = 6A = 3(2A) \Rightarrow \Delta t = \frac{3T}{2}$$

$$\Delta t = 0.06 \text{ s} \Rightarrow 0.06 = \frac{3T}{2} \Rightarrow T = 0.04 \text{ s}$$

باتوجه به نمودار $\frac{3}{4}\lambda = 0.3 \Rightarrow \lambda = 0.4 \text{ m}$ است. طبق رابطه $\lambda = vT$ ، تندی انتشار موج در تار برابر است با:

$$\lambda = vT \Rightarrow 0.4 = v \times 0.04 \Rightarrow v = 10 \text{ m/s}$$

در نهایت با استفاده از رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ ، چگالی خطی جرم طناب را به دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \Rightarrow 10 = \sqrt{\frac{4}{\mu}} \Rightarrow \mu = \frac{4}{100} = 0.04 \text{ kg/m}$$